

# ŠTATISTICKÁ ŠTRUKTÚRA ZRÁŽKOVÝCH POLÍ

MILAN DZUBÁK

Ústav hydrologie a hydrauliky SAV, Bratislava, Trnavská 32, ČSSR

Содержание

СТАТИСТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ПОЛЯ ОСАДКОВ

Милан Дзубак

Значения суммы осадков в отдельных пунктах бассейна являются полем, структуру и свойства которого можно выразить с помощью теории случайных функций. Одной из основных статистических характеристик является корреляционная функция, которую можно интерполировать уравнением показательной функции — уравнение [2]. Использование корреляционной функции позволяет решать многие задачи оперативной и инженерной гидрологии, как напр. определение средней квадратической ошибки средней суммы осадков по площади — уравнение [3] —, рациональной густоты осадкомерной сети и т. д. Как пример приведены на рис. 1. корреляционные функции годовых, месячных и суточных сумм осадков в избранном районе Восточной Словакии.

Summary

## STATISTICAL STRUCTURE OF THE PRECIPITATION FIELDS

The values of the precipitation measured in the particular points of the watershed represent a field the structure and characteristics of which can be described by the theory of random functions. One of the basic characteristics is the correlation function which can be interpolated by applying an exponential equation — eq. 2; this equation allows the solution of different problems met in the practice in the field of the operational and engineering hydrology, e.g. the computation of the mean square error of the area average value — eq. 3 — the economical density of the precipitation gauge network, etc. The course of the correlation function of the annual, monthly and daily precipitation measured in the region of East-Slovakia is seen in Fig. 1.

Pri matematickom popise procesu odtoku by bolo ideálne poznať a analyticky popísať časový priebeh vstupu zrážok na plochu povodia. Pretože to nevieme, nahádzame tieto hodnoty diskretnými veličinami v bodoch pozorovania, alebo priemernými hodnotami z čiastkových plôch alebo z celého povodia. Hodnoty zrážok za zvolený časový interval tvoria na danom území pole, ktorého štruktúru sa snažíme matematicky popísať. Oproti poliam iných meteorologických prvkov (napr. tlaku alebo teploty vzduchu a i.) má zrážkové pole určité zvláštnosti, ktoré výrazne vystupujú najmä pri štúdiu zrážok za kratšie časové intervaly (napr. 1 deň, 12 hod., 6 hod. apod). Zrážky za takéto krátke intervaly napr. nemusia zasiahnuť celé uvažované územie (povodie), ale len jeho časť, pričom v niektorých bodoch sa nenamerajú žiadne zrážky.

Polia meteorologických, resp. hydrologických prvkov majú stochastický charakter,

preto sa na ich matematickú interpretáciu s výhodou používa teória náhodných funkcií (L. S. GANDIN 1963). Plný popis poľa by poskytli mnohorozmerné funkcie rozdelenia pravdepodobností. Pre praktické účely vystačíme obvykle s jednoduchšími charakteristikami, ako sú napr. dvojrozmerné charakteristiky — korelačné funkcie, a variačné (štruktúrne) funkcie. Obe tieto charakteristiky majú veľký praktický význam v analýze priestorového a časového rozdelenia skúmaných veličín. V tomto príspevku chcem poukázať najmä na možnosti aplikácie korelačnej funkcie v hydrologických výpočtoch.

Uvažovanie zrážok v jednom bode, ako náhodnej veličiny a vyčísľovanie ich základných štatistických charakteristík je v klimatológii i hydrológii bežné. Pri prechode z bodu na plochu musíme zaviesť ďalšiu charakteristiku, ktorá by vyjadrovala väzbu hodnôt skúmanej veličiny v rôznych bodoch uvažovanej plochy. Touto charakteristikou môže byť korelačná funkcia. Jej teoretický rozbor obsahujú základné práce z oblasti teórie pravdepodobnosti, napr. v učebnici J. S. VENTCELOVEJ (1973) a podrobný popis s ohľadom na aplikáciu v hydrológii resp. v klimatológii je v našej literatúre uvedený v skriptách L. VOTRUBU a K. NACHÁZELA (1971) a v štúdiu J. HRDEJ (1969), kde sú tiež uvedené spôsoby testovania splnenia predpokladu homogenity a izotropnosti poľa.

Korelačná funkcia je matematickým vyjadrením závislosti korelačného súčiniteľa, udávajúceho tesnosť vzťahu medzi hodnotami premennej v dvoch bodoch poľa, na vzdialenosti týchto bodov čiže

$$R(\lambda) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ui} - \bar{x}_u) \cdot (x_{vi} - \bar{x}_v)}{(n-1) \sigma_u \sigma_v} \quad [1]$$

kde  $x_{ui}$ ,  $x_{vi}$  sú úhrny zrážok zmerané súčasne v bodoch  $u$  a  $v$

$\lambda$  je vzdialenosť týchto bodov

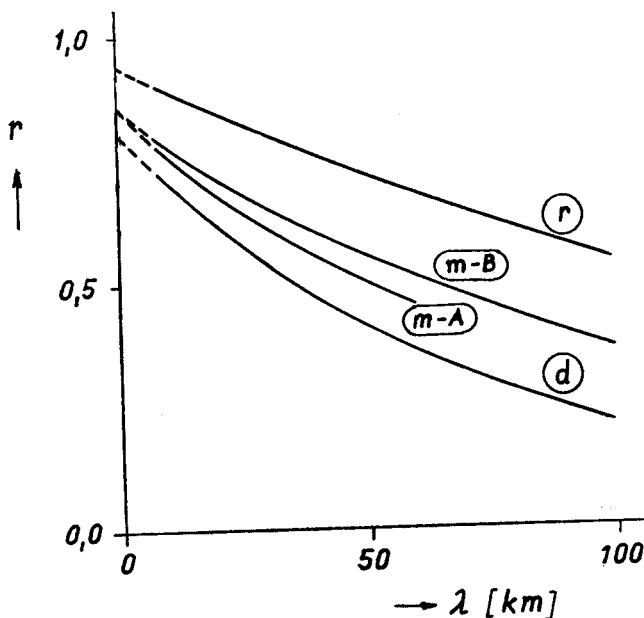
$n$  je počet súčasných pozorovaní v bodoch  $u$  a  $v$

$\bar{x}_u$ ,  $\bar{x}_v$  sú priem. hodnoty zrážok v bodoch  $u$  a  $v$

$\sigma_u$ ,  $\sigma_v$  sú smerodajné odchýlky zrážok v týchto bodoch.

Najčastejšie sa vyjadruje pomocou niektorej elementárnej funkcie, ktorá interpoluje empirickú množinu ( $\lambda$ ,  $R$ ). Ako príklad sú v obr. 1 znázornené vyrovnané korelačné funkcie zrážkových úhrnov niektorých východoslovenských zrážkomerných staníc. Korelačné funkcie sú znázornené pre 2 varianty usporiadania staníc. Vo variante A sú zrážkomerné stanice, ležiace pozdĺž údolia rieky Ondavy zhruba v smere S—J. Variantu B tvoria stanice ležiace v priečnom profile, ktorý prebieha zhruba v smere Z—V a ktorý pretína údolia východoslovenských tokov od Torysy až po prítok Uhu. Korelačné funkcie boli vypočítané pre ročné úhrny zrážok, pre úhrny zrážok vo februári a v júli za obdobie 1931—1974 a pre denné úhrny obdobia máj až október 1974. Rozsah spracovaných podkladov je veľmi obmedzený, preto možno považovať výsledky len za orientačné. Možno konštatovať, že korelačné funkcie ročných úhrnov sú u oboch alternatív prakticky zhodné a vykazujú pomerne malý pokles (obr. 1 čiara r). Ešte vo vzdialenosti cca 100 km je tesnosť vzťahu ročných úhrnov zrážok pomerne vysoká a je vyjadrená korelačným súčiniteľom  $> 0,5$ . Podstatne rýchlejší pokles majú korelačné funkcie vyšetrovaných mesačných úhrnov, pričom sa prejavuje rozdielny priebeh u oboch variant (obr. 1, čiary m—A a m—B). Silnejšia väzba u variantu B sa dá vysvetliť prevládajúcim smerom prúdenia vzdušných hmôt

a smerom hlavného karpatského hrebeňa, ktorý je dôležitým orografickým faktorom, podmieňujúcim vznik zrážok.



Obr. 1

Je pochopiteľné, že skracovaním časového intervalu, pre ktorý vyšetrujeme zrážkové úhrny, sa bude zvyšovať intenzita poklesu korelačnej funkcie. Zatiaľ čo korelačné funkcie ročných, sezónnych a mesačných zrážkových úhrnov sú zaujímavé predovšetkým pre klimatológov, upriamuje sa pozornosť hydroológov na zrážky niekoľkohodinové až niekoľkodňové. Pri analýze polí zrážok takéhoto krátkého trvania vystupujú viaceré metodické problémy, ako napr. započítavanie nulových zrážok v niektorej zo staníc. Sú možné viaceré alternatívy pri zostavovaní súborov pre výpočet párových súčiniteľov korelácie. Z hľadiska praktickej aplikácie v hydroológii sú najvhodnejšie dva prístupy:

1. Pri výpočte párových koeficientov korelácie sa berú do výpočtu tie prípady, kedy sa zrážky vyskytli aspoň v jednej z dvoch uvažovaných staníc.

2. Berieme do výpočtu aj bezzrážkové dni v oboch staniách, pokiaľ sa súčasne vyskytli zrážky aspoň v jednej stanici uvažovaného povodia (územia).

V obr. 1 (čiara d) je znázornená vyrovnaná korelačná funkcia denných úhrnov zrážok vyčíslená podľa prvého postupu, pre rovnaké varianty výberu zrážkomerných staníc, ako bolo uvedené vyššie, pričom sa použili údaje o denných zrážkach z obdobia máj až október 1974.

Korelačné funkcie možno s výhodou použiť na riešenie viacerých praktických úloh operačnej a inžinierskej hydrologie. Dajú sa použiť na rajonizáciu územia z hľadiska rovnorodosti zrážkových pomerov (DELEUR, IVANOVA, RAMJANCEV 1974), na ocenenie presnosti priemerných úhrnov zrážok na danej ploche vyčíslených z bodových pozorovaní, na stanovenie racionálnej hustoty zrážkomernej siete a i. Pre úlohy posledného typu je výhodné interpolovať priebeh korelačnej funkcie pomocou exponenciely

$$R(\lambda) = R_0 e^{-\frac{\lambda}{\lambda_0}} \quad [2]$$

kde  $R_0$  a  $\lambda_0$  sú parametrami exponenciely. Hodnotu  $R_0$  (ktorá je blízka jednotke a teoreticky pri meraniach nezafažených chybou sa rovná 1) a  $\lambda_0$  (tzv. polomer korelácie) môžeme ľahko zistiť pomocou logaritmickéj anamorfózy.

Dá sa dokázať (K. L. KAGAN 1966), že stred. kvadratická chyba určenia priemerneho úhrnu zrážok na povodí, v ktorom pripadá priemerne na 1 zrážkomernú stanicu  $S$  km<sup>2</sup> je

$$\sigma(1, S) = \sigma \sqrt{(1 - R_0) + 0,23 \frac{R_0}{\lambda_0} \sqrt{S}} \quad (3)$$

V tomto vzorci je  $\sigma$  smerodajná odchýlka zrážok. Tak napr. sme pri analýze počtu maximálnych denných úhrnov zrážok v povodí Váhu po Lipt. Mikuláš (M. DZUBÁK 1966) obdržali  $R_0 = 0,98$ ,  $\lambda_0 = 35$  km, čo pre  $C_v = 0,5$  a  $S = 100$  km<sup>2</sup> dáva hodnotu stred. kvadrat. chyby priemerneho úhrnu na celé povodie  $\pm 12$  %.

Parameter  $R_0$  možno použiť na odhad náhodných chýb, ktorými sú merania v jednotlivých bodoch zafažené. Z teoretického rozboru vyplýva, že

$$R_0 = \frac{1}{1 + \frac{\alpha^2}{\sigma^2}} \quad (4)$$

kde  $\sigma^2$  je disperzia uvažovaných zrážok

$\alpha^2$  je disperzia spôsobená náhodnými chybami merania, podmienená do značnej miery mikroklimatickými zvláštnosťami v miestach merania.

S výhodou sa používa korelačná funkcia pri skúmaní zániku korelačnej väzby, čo je mimoriadne vážne pri regionálnej časovo-priestorovej anlyze meteorologických a hydrologických prvkov a pri návrhoch sietí a meračských postupov. U nás sa s týmito problémami zaoberal V. KOZLÍK (1967) pri výskume reprezentatívnosti snehomerných metód. Išlo mu jednak o posúdenie reprezentatívnosti existujúcej siete, jednak o návrh viacbodových meraní základných charakteristík snehovej pokrývky. Pri úlohách tohoto typu, najmä však pri rozbere náhodných chýb sa s výhodou používa tzv. štruktúrna (variačná) funkcia, ako to demonštruje V. KOZLÍK a D. SCHWANITZ (1975). Uvedené príklady sú len náznakom aplikácií, ktoré umožňujú analýzu štatistickej štruktúry polí.

#### LITERATURA

1. DELEUR M. S., IVANOVA A. A., RUMJANCEV V. A. (1974): Ispolzovanije korrelacionnogo analiza dla issledovanija prostranstvenno — vremennoj izmenčivosti snegotajaniye v bassejne r. Kolymy. In: Materialy glaciologičeskich issledovanij, ANSSSR, Moskva.
2. DZUBÁK M. (1966): Redukcia výpočtových zrážok v horskom povodí. ÚHH SAV, Bratislava.
3. GANDIN L. S. (1963): Objektivnyj analiz meteorolog. polej. Gidrometeoizdat. Leningrad.
4. HRDÁ J. (1969): Studie o statistickéj traktuře přizemního pole teploty vzduchu v ČSR. In: Sborník prací Hydrometeorologického ústavu v Praze, sv. 14, str. 68—111, Praha.
5. KAGAN R. L. (1966): K ocenke reprezentativnosti osadkomernych dannyh. Trudy GGO, vyp. 191, s. 22, Leningrad.
6. KOZLÍK V. (1967): Výskum reprezentatívnosti snehomerných metód pre hydrologické výpočty a prognózy. ÚHH SAV, Bratislava.
7. SCHWANITZ D. (1975): Zur statistischen Struktur des Feldes täglicher Niederschlagssummen. Wasserwirtschaft-Wassertechnik, 25, č. 4, s. 135.
8. VENTCELOVÁ J. S. (1973): Teória pravdepodobnosti. Vydavateľstvo Alfa, Bratislava.