SCRIPTA FAC. SCI. NAT. UNIV. PURK. BRUN.
Vol. 12 (1982), No. 4—5 (Geographia), p. 225—232

VERGLEICH VERSCHIEDENER AUSWERTUNGSMETHODEN FÜR DIE WASSERDURCHFLUSSMESSUNG MIT HINSICHT AUF DIE COMPUTERBEARBEITUNG

T. Litschmann

Lehrstuhl für Geographie an der naturwissenschaftlichen Fakultät
der J. E. Purkyně — Universität, Brno, Kotlářská 2, Tschechoslowakei

Eingegangen: Juni 1981

ZUSAMMENFASSUNG

Im diesem Beitrag werden verschiedene Berechnungsmethoden der mittleren Geschwindigkeit auf einer Messlotrechten mit Hinsicht auf die bisher angewandten Methoden verglichen. Es sind die Handbearbeitungsmethoden und die in letzter Zeit benutzten rechnerorientierte Methoden. Es zeigt sich, daß bei der Verwendung der Meßwerte von einem Profil, in den unteren Teilen von unseren Flüssen gewöhnlich ist, verschiedene Methoden auch verschiedene Ergebnisse zugeben. Die Ergebnisse der graphischen Methode sind ähnlich denen, die die numerische Methode bietet, es gibt jedoch grössere Abweichungen bei unterschiedlicher Zahl der Punkte auf der Messlotrechten. Die rechnerische Methode gibt etwas höhere Werte als das graphische Verfahren, hat aber minimale Abweichungen bei verschiedener Zahl der Messpunkte entlang der Messlotrechten. Bei kleiner Rauhigkeit der Wände des Flussbettes, wie es bei den künstlich gebauten Flussbetten der Fall ist, sind die Ergebnisse verschiedener Methoden gut miteinander vergleichbar. Man kann deshalb das benützte Auswertungsverfahren mit Hilfe eines Computers als genügend ansehen und mehr Sorge der Verteilung der Messpunkte entlang der Messlotrechte widmen, um bessere Ergebnisse mit der numerischen Methode zu bekommen.

1. EINFÜHRUNG

Die Auswertung der Durchflussmenge aus den Daten, die mit dem hydrometrischen Messflügel gemessen wurden, ist eine Tätigkeit, die sich im hydrologischen Dienst täglich wiederholt. Weil es sich um eine zwar Einfache, jedoch zeitraubende Arbeit handelt, hat man sie in der letzten Zeit auf einen Computer übertragen. Es wurden Rechnerprogramme zur Berechnung der Durchflussmenge zusammengestellt, die mit verschiedenen Verfahren zum Feststellen der mittleren Geschwindigkeit auf der Messlotrechten und auch der gesamten Durchflussmenge arbeiten. In HMÚ wird derzeit ein Rechnerprogramm verwendet, daß die Messwerte mittels einer rechnerischen Methode bearbeitet, die auch bei der manuellen Bearbeitung verwendet und u. a. in der Arbeit von V. Kříž u. a. (1979) beschrieben wurde. VÚVH Bratislava bearbeitet die Messungen mittels eines Rechnerprogrammes, in dem die Geschwindigkeiten in einzelnen Messpunkten mit einer Kurve belegt sind und das Integrieren des Produktes von der Tiefe und der mittleren Geschwindigkeit auf der Messlotrechten über die Breite des Flussbettes auf einem numerischen Wege durchgeführt wird. In diesem Beitrag will ich einige Abweichungen zeigen, die bei der Rechnerbearbeitung

der Messergebnisse im Vergleich mit der klassischen manuellen Auswertung entstehen können. Es handelt sich in erster Reihe um Abweichungen zwischen den Ergebnissen, die mittels der Methode der kleinsten Quadratsumme der Fehler und auch mit Hilfe der gewöhnlichen empirischen Formeln bearbeitet wurden. Dazu wurden die Messergebnisse benutzt, die ČHMÚ Ostrava-Poruba auf dem Flusse Opava in der Meßstelle Děhylov im Mai 1978 und in einem aus Beton gebauten Kanal in der Messtelle Raškovice im August 1980 gemessen hat.

2. METHODEN, DIE ZUR BERECHNUNG DER MITTLEREN GESCHWINDIGKEIT AUF DER MESSLOTRECHTEN BENÜTZT WURDEN

Bei der Auswertung der mittleren Geschwindigkeit auf der Messlotrechten mit Hilfe eines Computers (numerisches Verfahren) wird im Rechnerprogramm des VÚVH (M. Parikrupa (1979)) durch einzelne Geschwindigkeiten in den Messpunkten mittels der Methode der kleinsten Quadratsumme der Fehler eine Kurve:

$$y = a \cdot b^x \tag{1}$$

geführt, wobei sind

a, b — Konstanten, die durch die Methode der kleinsten Quadratsumme der Fehler festgesetzt wurden

x — die Entfernung vom Flussbettboden

y — die Geschwindigkeit im Punkte x.

Die mittlere Geschwindigkeit auf der Messlotrechten V_{ms} ist

$$V_{ms} = \frac{\int_0^H a \cdot x^b dx}{H} = \frac{a \cdot H^b}{b + 1} \tag{2}$$

H ist die Tiefe der Messlotrechten.

Bei der numerischen Berechnung der mittleren Geschwindigkeit auf der Messlotrechten (rechnerische Methode) von Hand benutzt man folgende empirische Formeln:

$$V_{ms} = 0{,}1(V_d + 2V_{0,2} + 3V_{0,4} + 3V_{0,8} + V_p) \tag{3}$$

für 5 Messpunkte

$$V_{ms} = 0{,}25(V_{0,2} + 2V_{0,4} + V_{0,8}) \tag{4}$$

für 3 Messpunkte

$$V_{ms} = 0{,}5(V_{0,2} + V_{0,8}) \tag{5}$$

für 2 Messpunkte auf der Messlotrechten.

Ausserdem kann man noch die mittlere Geschwindigkeit auf der Messlotrechten auf folgende Weise bestimmen: Die Fläche zwischen den Koordinaten und einer von Hand durch die Messpunkte durchgelegte Kurve wird mit Hilfe des Planimeters gemessen und in ein Rechteck mit den Seiten H und V_{ms} umgewandelt (graphische Methode). Die letzgenannte Methode enthält zwar subjektive Einflüsse, doch wird sie meist als die genaueste betrachtet, denn sie einem erfahrenen wissenschaftlichen Arbeiter diejenige Kurvenfeststellung, die am besten der wirklichen Geschwindigkeitszerlegung entspricht, ermöglicht.

3. BEARBEITUNG UND ANALYSE DER MESSDATEN

Alle drei Methoden, also die numerische, rechnerische und graphische wurden bei der Berechnung der mittleren Geschwindigkeiten auf der Messlotrechten V_{ms} aus den in Děhylov gemessenen Daten benutzt. Die Ergebnisse sind in der Tab. 1

Tab. 1. Abweichungen der mittlerem Geschwindigkeiten entlang des Profils, mit verschiedenen Methoden berechnet. Erklärung:

L — Entfernung der Messlotrechten von dem Anfangspunkt
H — Tiefe der Messlotrechten
V_{gr} — mit der graphischen Methode bestimte V_{ms}
V_{c5}, V_{c3} — mittels fünf und drei Messdaten mit der numerischen Methode berechnete V_{ms}
V_{p5}, V_{p3} — mittels fünf und drei Messdaten mit der rechnerischen Methode berechnet
Δ — Differenz zwischen den Ergebnissen der graphischen Methode und dem im vorherliegenden Spalten benützten Methode, in %
$\bar{x}$ — Mittelwert
$\bar{x}_w$ — gewogenes Mittel, als Wagen wurden die Werte der Produktes $H \cdot V_{ms}$ benützt
s — maßgebende Abweichung

L (m)	H (m)	V_{gr} ($m^3 \cdot s^{-1}$)	V_{c5} ($m^3 \cdot s^{-1}$)	Δ (%)	V_{c3} ($m^3 \cdot s^{-1}$)	Δ (%)	V_{p5} ($m^3 \cdot s^{-1}$)	Δ (%)	V_{p3} ($m^3 \cdot s^{-1}$)	Δ (%)
3	1.17	0.132	0.143	8.33	0.107	-18.94	0.127	-3.97	0.118	-10.61
4	1.36	0.250	0.244	-2.40	0.264	5.60	0.254	1.61	0.255	2.00
6	1.57	0.460	0.460	0.00	0.456	-0.87	0.465	1.09	0.472	2.61
8	1.65	0.661	0.644	-2.57	0.673	1.82	0.668	1.06	0.692	4.69
10	1.65	0.808	0.814	0.87	0.831	2.97	0.832	3.10	0.852	5.57
12	1.77	0.925	0.900	-2.70	0.942	1.84	0.932	0.76	0.945	2.16
14	1.89	0.817	0.832	1.84	0.836	2.33	0.837	2.45	0.825	0.98
16	1.97	0.864	0.861	-0.35	0.852	1.39	0.867	0.35	0.852	-1.39
18	1.97	0.896	0.881	-1.67	0.891	-0.56	0.896	0.00	0.905	1.00
20	1.96	0.861	0.843	-2.09	0.862	0.12	0.860	-0.12	0.862	0.12
22	1.93	0.921	0.827	0.73	0,836	1.83	0.835	1.71	0.845	2.92
24	1.90	0.800	0.787	-1.62	0.789	-1.38	0.799	-0.12	0.800	0.00
26	1.85	0.744	0.730	-1.88	0.759	2.02	0.748	0.54	0.755	1.48
28	1.90	0.610	0.566	-7.21	0.626	2.62	0.605	-0.82	0.632	3.61
30	1.89	0.297	0.291	-2.02	0.319	7.41	0.309	4.04	0.330	11.11
31	1.68	0.186	0.163	-12.37	0.219	17.70	0.194	4.30	0.220	18.28
32	1.41	0.040	0.047	17.51	0.059	47.51	0.049	22.50	0.052	30.00
$\bar{x}$		0.598	0.590	-0.45	0.607	4.32	0.604	2.27	0.612	4.41
$\bar{x}_w$				-1.40		1.69		1.15		2.29
s		0.303	0.301	6.22	0.302	13.08	0.304	5.55	0.304	8.79

zusammengefasst. Diese Tabelle enthält auch die perzentuellen Abweichungen von den Werten, die mittels der graphischen Methode berechnet wurden. Die graphische Methode sehen wir als fundamentalle an. Die mittlere Geschwindigkeit V_{ms} war mit fünf Messwerten der Geschwindigkeit pro eine Messlotrechte und auch als eine kürzere Variante ohne Messwerte am Boden und Oberfläche berechnet worden.

Aus der Tab. 1. ist zu sehen, das die Ergebnisse der numerischen Methode mit 5 Messdaten meist kleiner sind als die der graphischen Methode, bei den übrigen Methoden ist das meist umgekehrt. Auch die Beträge der Mittelwerte der Differenzen bestätigen diese Tatsache. Es zeigt sich, daß es besser ist, an dieser Stelle den gewogenen Mittelwert zu benutzen, denn das arithmetische Mittel wird durch grosse Beträge bei kleinem V_{ms} und Tiefen beeinflusst. Bemerkenswert ist der Vergleich der gewogenen Mittel für fünf und drei Messtellen auf der Messlotrechten. Die Differenz zwischen diesen Abweichungen beträgt 3,09 %, während bei der rechnerischen Methode derselbe Unterschied nur 1,14 % beträgt.

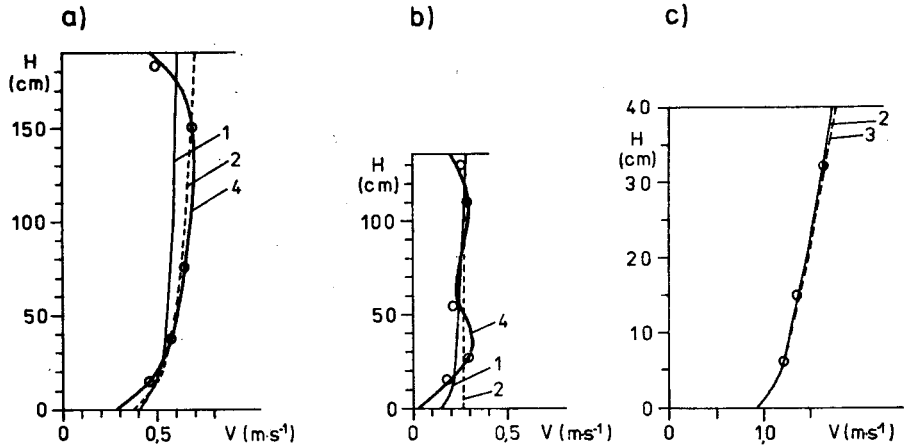

Abb. 1. Einige Beispiele der Verteilung der Geschwindigkeiten entlang der Messlotrechten und ihre Approximation. Messtelle Děhylov, in der Messlotrechten 28 m (a) und 4 m (b). Messtelle Raškovice (c). Erklärung: 1 — Parabel durch 5 Punkte, 2 — Parabel durch 3 Punkte, 3 — Parabel durch 2 Punkte, 4 — empirische Kurve durch 5 Punkte

Aus der Abb. 1a, 1b ist zu sehen, daß die Form der Parabel bei Verwendung der 5-Punkte-Methode durch die kleineren Geschwindigkeiten bei dem Boden und der Wasserfläche beeinflusst wird. Bei der 3-Punkte-Methode bekommt die Parabel eine mehr offene Form. Damit erklärt man die verschiedenen Vorzeichen der Abweichungen von der graphischen Methode. Der absolute Wert der Mittelwerte der Abweichungen zeigt, daß die Ergebnisse der 3-Punkte-Methode wie auch der 5-Punkte-Methode ungefähr gleich genau sind. Damit wird der Unterschied der beiden Methoden sinnlos und das Messen der Geschwindigkeiten in allen fünf Punkten überflüssig. Bei der rechnerischen Behandlung der Messwerte ist der Unterschied zwischen der 5-Punkte-Methode und der 3-Punkte-Methode kleiner, aber es entsteht hier ein systematischer Fehler, der die Ergebnisse zu höheren Werten der Geschwindigkeit verschiebt. Trotzdem ist der Mittelwert der Abweichungen eben bei der rechnerischen Auswertung auf Grund der fünf Messwerte entlang einer Messlotrechten der kleinste.

Die Unterschiede der mittleren Geschwindigkeiten auf der Messlotrechten zeigten sich bei der Anwendung des t-Testes der Signifikanz der Differenz zweier Mittelwerte (beschrieben z. B. von R. Reisenauer (1965)) nicht statistisch signifikant, denn der kritische Wert auf der Signifikanzebene $p = 0{,}05$ ist 2,12.

In der Schlussphase der Berechnung der Durchflussmenge arbeitet man nicht direkt mit dem V_{ms}, sondern mit dem Produkt $H \,.\, V_{ms}$. Deshalb werden die Unterschiede in diesem Produkt für einzelne Methoden im weiteren untersucht. Mit Hilfe des t-Testes, diesemal für die Wertepaare, wurde die statistische Signifikanz der Abweichungen zwischeneinander und zwischen der graphischen Methode berechnet. Die Werte des Testkriteriums für manche Kombinationen stehen in Tab. 2. Denn auch hier ist der kritische Wert auf der Signifikanzebene $p = 0{,}05$ gleich 2,12, dann alle in der Tafel stehenden Abweichungskombinationen ausser V_{p5} und V_{p3} sind statistisch signifikant. Man kann deshalb nicht behaupten, dass es keinen Unterschied zwischen den einzelnen Auswertungsmethoden gibt. Nur bei der rechne-

Tab. 2. Beiträge des Testkriteriums t für Wertepaare verschiedener Methoden

	V_{gr}	V_{c5}	V_{c3}	V_{p5}
V_{p3}	3,85	—	2,32	1,81
V_{p5}	3,04	5,14	—	
V_{c3}	2,57	2,43		
V_{c5}	2,28			

rischen Berechnung mittels der 5-Punkte-Methode und der 3-Punkte-Methode sind die Unterschiede nicht bedeutungsvoll, und man erhält ungefähr die gleiche Genauigkeit auch mit weniger Messdaten.

Abb. 2a zeigt den Gang der Produkte $H \cdot V_{ms}$ im Profil des Flussbettes, ausgewertet mit der numerischen Methode aus fünf (1) und drei (2) Messdaten der Geschwindigkeiten, im Abb. 2b dann dasselbe für die rechnerische Methode (Kurven 3 u. 4). Es sind kleinere Unterschiede gegenüber den Ergebnissen der rechnerischen Methode

Tab. 3. Abweichungen der Durchflussmengen in % zwischen den einzelnen Methoden. Die Indexe bei den Durchflussbezeichnungen Q haben denselben Sinn wie in Tab. 1. Q_k ist die Durchflussmenge, mit dem Computer nach dem Programm des HMÚ aus 5-Punkte-Messungen berechnet

Methode Q (m^3s^{-1})	Q_{gr} 36,24	Q_{c5} 35,65	Q_{c3} 37,20	Q_{p5} 37,05	Q_{p3} 37,54
Q_k 36,01	0,64	1,01	3,30	2,89	4,25
Q_{p3} 37,54	−3,46	—	—	−1,30	
Q_{p5} 37,05	−2,19	—	—		
Q_{c3} 37,20	−2,58	−4,17			
Q_{c5} 35,65	1,66				

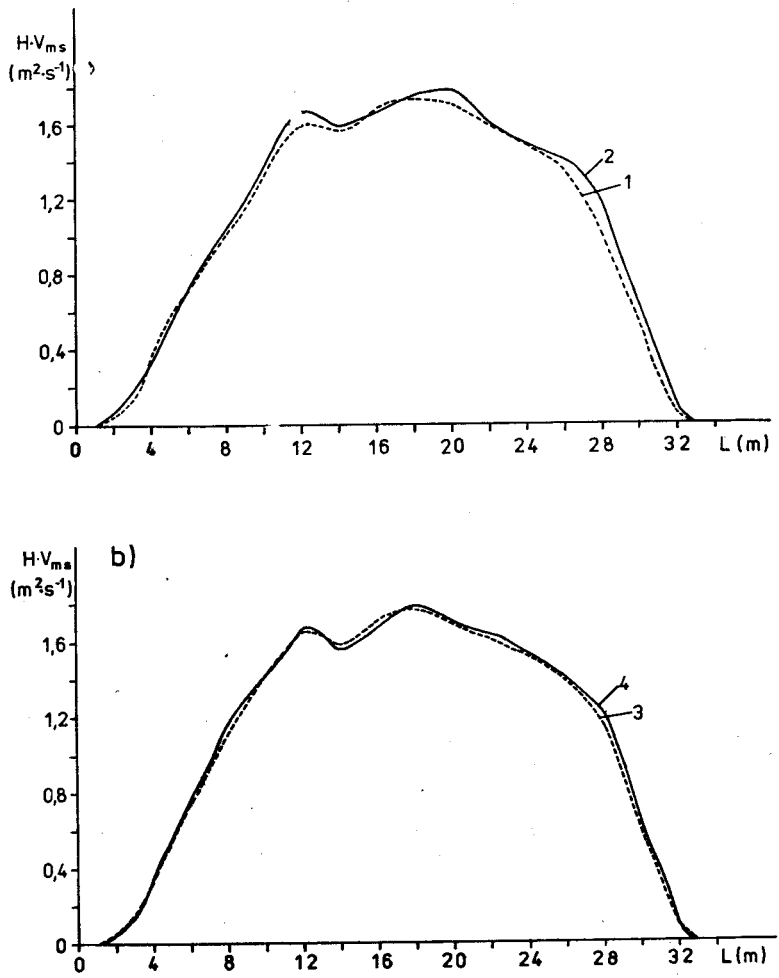

Abb. 2. Der Gang der Produkte $H \cdot V_{ms}$ im Profil der Messtelle Děhylov: a) berechnet aus den Werten V_{c5} (1) und V_{c3} (2), b) berechnet aus den Werten V_{p5} (3) und V_{p3} (4)

bemerkbar. Dem entsprechen auch die Unterschiede in den Durchflussmessungen in der Tab. 3. Aus der Tabelle ist auch zu sehen, das die mittels eines Computers berechnete Durchflussmenge sich am meisten der mit der graphischen Methode berechneten Durchflussmenge nähert. Weil es aber keine exakte Methode zur Bestimmung der Durchflussmenge gibt, kann man nicht sagen, mit welcher Methode die Ergebnisse der wirklichen Durchflussmenge näher stehen. Dem Resultat der graphischen Methode steht auch der Wert Q_{c5} nahe.

Bei ähnlicher Bearbeitung einiger Messungen im beinahe prismatischen Profil des künstlichen aus Beton gebauten Zuführungskanals in Raškovice wurde eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse verschiedener Bearbeitungsmethoden für V_{ms} festgestellt. Vom Abb. 1c, das eine typische Verteilung der Geschwindigkeiten

entlang der Messlotrechten zeigt, ist zu sehen, das diese Verteilung infolge kleiner Reinbung auf dem Boden und den Wänden sich gut einer Parabel nähert. Deshalb sind auch die Differenzen zwischen den einzelnen Ergebnissen der verschiedenen Methoden minimal. In solchen Fällen ist die Benützung der numerischen Methode ganz berechtigt.

4. SCHLUSSFOLGERUNGEN

Nehmen wir an, daß sich die graphische Methode der Wirklichkeit am besten nähert, dann gibt die numerische Methode, die zur Zeit für Berechnung der Durchflussmengen in VÚVH benutzt wird, Ergebnisse, die mit denen der graphischen Methode in guter Übereinstimmung stehen. Unangenehm ist nur der grosse Unterschied der Ergebnisse bei 3-Punkte-Methode und 5-Punkte-Methode, denn dies ist ein systematischer Fehler. Der Fehler würde vielleicht kleiner werden bei einer anderen Verteilung der Messpunkte entlang der Messlotrechten, denn die bisher benutzte Verteilung wurde mit Hinsicht auf die Rechnerbearbeitung festgestellt. Anderseits bekommen wir Resultate, die zwar wesentlich verschieden von denen der graphischen Methode sind, aber die Differenz zwischen den Ergebnissen der 3-Punkte-Methode und der 5-Punkte-Methode sind minimal. Es ist noch schwierig zu sagen, welche dieser Methoden für einen Computer angewandt werden soll. Das hängt von der bisher für die Bearbeitung von Hand benützten Metode ab. Hat man die graphische Methode benutzt, dann ist am besten zu der numerischen Methode überzugehen. Aber im Falle, das bisher die rechnerische Methode benutzt wurde, wäre es besser, der Homogenität der Reihe der Messungen wegen im Rechnerprogramm dieselbe Methode zu benutzen.

LITERATUR

Kříž V., Kupčo M., Sochorec R. (1979): Měření průtoků. HMÚ, Praha, 147 s.
Parikrupa M. (1979): Vyhodnotenie hydrometrovania na počítači. In: Zborník veda a výskum praxi 61, VÚVH, Bratislava, s. 5—84.
Reisenauer R. (1965): Metody matematické statistiky a jejich aplikace. SNTL, Praha, 208 s.